

Ecuaciones Diferenciales II Examen XIV

FACULTAD
DE
CIENCIAS
UNIVERSIDAD DE GRANADA



Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

Ecuaciones Diferenciales II Examen XIV

Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Granada, 2026

Asignatura Ecuaciones Diferenciales II.

Curso Académico 2021/2022.

Grado Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

Grupo Único.

Profesor Rafael Ortega Ríos.

Descripción Convocatoria Ordinaria.

Fecha 13 de junio de 2022.

Ejercicio 1. Demuestra que la solución maximal del problema de valores iniciales $x'' + x + x^3 = 0$, $x(0) = 1$, $x'(0) = 0$ está definida en $] -\infty, +\infty[$.

Ejercicio 2. Resuelve el problema de valores iniciales

$$x' = \frac{1}{x}, \quad x(t_0) = x_0,$$

con $x_0 \neq 0$. Determina en cada caso el intervalo maximal.

Ejercicio 3. Se considera el problema de valores iniciales

$$x'' + e^x - 1 = 0, \quad x(0) = x_0, \quad x'(0) = 0.$$

Demuestra que si $|x_0|$ es suficientemente pequeño entonces hay una solución bien definida en el intervalo $[-10, 10]$.

Ejercicio 4. Se considera el problema de valores iniciales

$$x'_1 = t|x_1|x_1 + x_2, \quad x'_2 = x_1 + x_2, \quad x_1(0) = 0, \quad x_2(0) = 0.$$

¿Hay unicidad?

Ejercicio 5. Para cada $n = 1, 2, \dots$ se considera la sucesión de funciones dada por $x_n : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, que cumplen

$$x_n(t) = 0, \quad t \in \left[0, \frac{1}{n}\right], \quad x_n(t) = \int_0^{t-\frac{1}{n}} \cos x_n(s) ds, \quad t \in \left[\frac{1}{n}, 1\right].$$

- a) Demuestra que cada x_n está bien definida y es continua.
- b) Demuestra que $\{x_n\}$ es uniformemente acotada y equicontinua.

Ejercicio 6. La solución general del sistema

$$x'_1 = tx_1^2 + 9x_2, \quad x'_2 = x_1$$

se denota por $\chi(t; t_0, \chi_0)$ donde χ y χ_0 son los vectores columna $\chi = (x_1, x_2)^t$, $\chi_0 = (x_{01}, x_{02})^t$. Calcula la diferencial de la aplicación $\chi_0 \in \mathbb{R}^2 \mapsto \chi(t; t_0, \chi_0) \in \mathbb{R}^2$ en $t = 1$, $t_0 = 0$, $\chi_0 = (0, 0)^t$.